Grundwissen Mathematik 9. Jahrgangsstufe - Lösungen

1. Reelle Zahlen

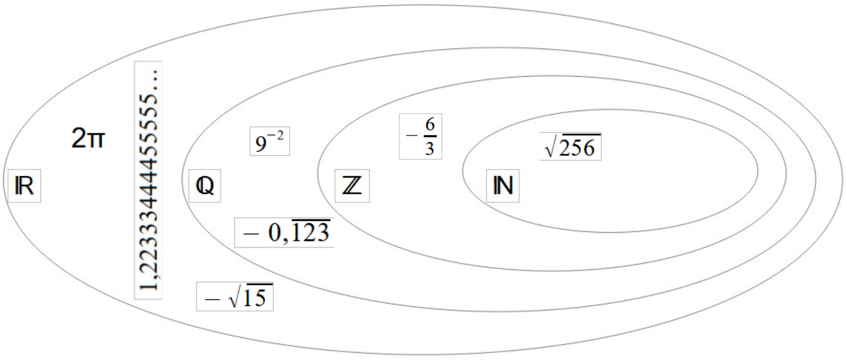
a)
$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})\cdot(3-\sqrt{6})}{(3+\sqrt{6})\cdot(3-\sqrt{6})} = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{12}+3\sqrt{3}-\sqrt{18}}{9-6} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

b) $\sqrt{9x^2+12xy+4y^2} = \sqrt{(3x+2y)^2} = |3x+2y|$

$\sqrt{s^2-s+0{,}25} = \sqrt{(s-0{,}5)^2} = |s-0{,}5|$

$\sqrt{a^2+9-6a} = \sqrt{(a-3)^2} = |a-3|$

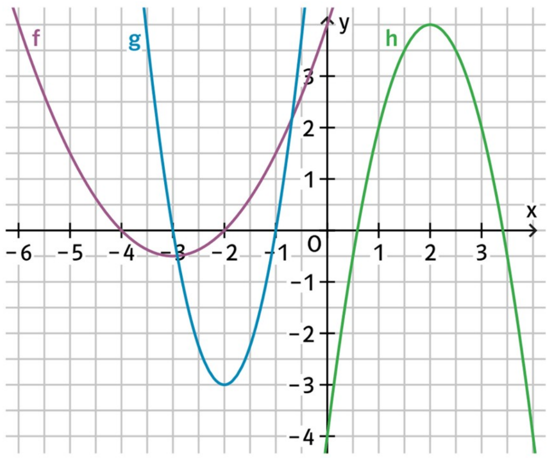
c) $-\frac{6}{3}=-2$, $9^{-2}=\frac{1}{81}$, 2π, $\sqrt{256}=16$, $-\sqrt{15}$, $-0{,}\overline{123}$ periodisch, $1{,}22333444455555\ldots$



2. Quadratische Funktionen und Gleichungen

a) Gegeben sind die Graphen der Funktionen f, g und h sowie die Funktionsterme A bis L.

A	$3(x-3)(x-1)$	G	$-2x^2+8x-4$
B	$3(x+2)^2-3$	H	$0{,}5(x+3)^2-0{,}5$
C	$0{,}5x^2+3x+4$	I	$-(x-2)^2+4$
D	$-2(x-2)^2+4$	J	$(x+3)(x+1)$
E	$0{,}5(x+4)(x+2)$	K	$3x^2+12x+9$
F	$0{,}5x^2+4x+3$	L	$3(x-2)^2-3$



(1) f: C, E, H
g: B, K
h: D, G
keiner der Graphen: A, F, I, J, L

(2) $W_h =]-\infty; 4]$

(3) $]-3; -1[$

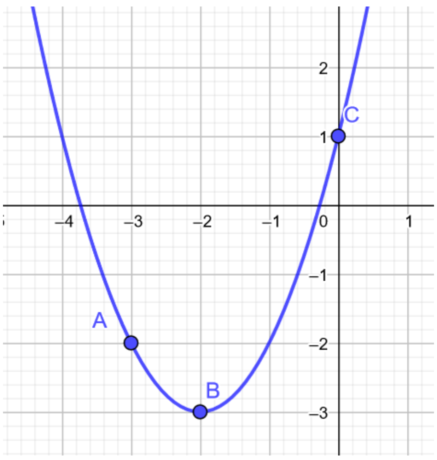
(4) x = -3

b) Parabelgleichung: $y = ax^2 + bx + c$

A auf Parabel: I. $-2 = 9a - 3b + c$

B auf Parabel: II. $-3 = 4a - 2b + c$

C auf Parabel: III. $1 = c$



III. in I. einsetzen: I.´ $-2 = 9a - 3b + 1$ | - 1

$-3 = 9a - 3b$ |:3

$-1 = 3a - b$ |+b+1

$b = 3a + 1$

III. und I.´ in II. einsetzen: II.´ $-3 = 4a - 2(3a+1) + 1$

$-3 = 4a - 6a - 2 + 1$ |+1

$-2 = -2a$ |:(-2)

$a = 1$

II.´ in I.´einsetzen: $b = 3 \cdot 1 + 1 = 4$

=> $y = x^2 + 4x + 1$

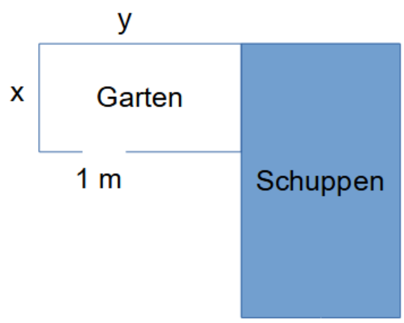
c) $x^2 - 3 = 13$ |+3 $\quad$ $x^2 + 1 = 0$ |-1

$x^2 = 16$ $\quad$ $x^2 = -1$

$L = \{-4;4\}$ $\quad$ $L = \{\ \}$

3. Quadratische Funktionen in Anwendungen

Ein Gärtner will neben dem Schuppen einen Gemüsegarten anlegen. Dieser wird mit 15 m Zaun umgrenzt, wobei 1 m für eine Holztür ausgespart wird.



a) Es gilt: $y + x + (y-1) = 15$

$2y + x = 16$

$y = 8 - \frac{1}{2}x$

$$A(x) = x \cdot y = x \cdot \left(8 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^2 + 8x$$

b) A(x) ist der Funktionsterm einer nach unten geöffneten Parabel. Diese hat ihren größten Funktionswert im Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$.

$A(x) = x \cdot \left(8 - \frac{1}{2}x\right)$ => Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 16$ => $x_S = 8$

=> $A_{max} = y_S = A(x_S) = A(8) = 32$

Der Gemüsegarten hat für x = 8 m den größten Flächeninhalt. Dieser beträgt 32 m².

4. Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse

a) A: Schüler*in geht in die 9a $\quad$ B: Schüler*in möchte Bowling

	B	$\overline{B}$	
A	14	16	30
$\overline{A}$	18	10	28
	32	26	58

b) $P(A \cap \overline{B}) = 16/58 = 27{,}6\,\%;$

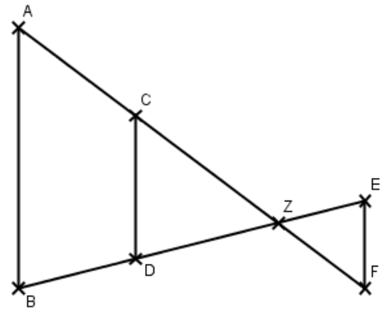
c) $P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) = \frac{30+26-16}{58} = 40/58 = 69{,}0\,\%;$

5. Ähnlichkeit und Strahlensatz

$|\overline{ZF}|=1,\ |\overline{ZC}|=6,\ |\overline{ZB}|=5,\ |\overline{BD}|=2,\ |\overline{AB}|$ = 2 + $|\overline{CD}|$.

$x=|\overline{CD}|$; $\frac{x+2}{x}=\frac{5}{3}$; $5x=3x+6$; $x=3$; $|\overline{AB}|=x+2=5$;

$y=|\overline{AZ}|$; $\frac{y}{6}=\frac{5}{3}$; $y=10$; $|\overline{AF}|=y+1=11$;



6. n-te Wurzel

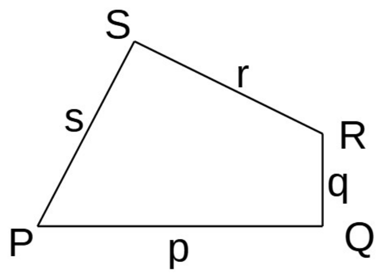
a) (1) $x^{\frac{2}{3}}=25$; $x=25^{\frac{3}{2}}=125$; (2) $2\cdot\sqrt[5]{x^3}=16$; $\sqrt[5]{x^3}=8$; $x=8^{5/3}$; $x=32$;

b) (1) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{(x^3)^{12}}}=\sqrt[3]{x^9}=x^3$; (2) $\sqrt[3]{ab^7}:(ab)^{\frac{1}{3}}\cdot b^{-2}=a^{1/3}\cdot b^{7/3}\cdot a^{-1/3}\cdot b^{-1/3}\cdot b^{-2}=1$;

7. Satz des Pythagoras

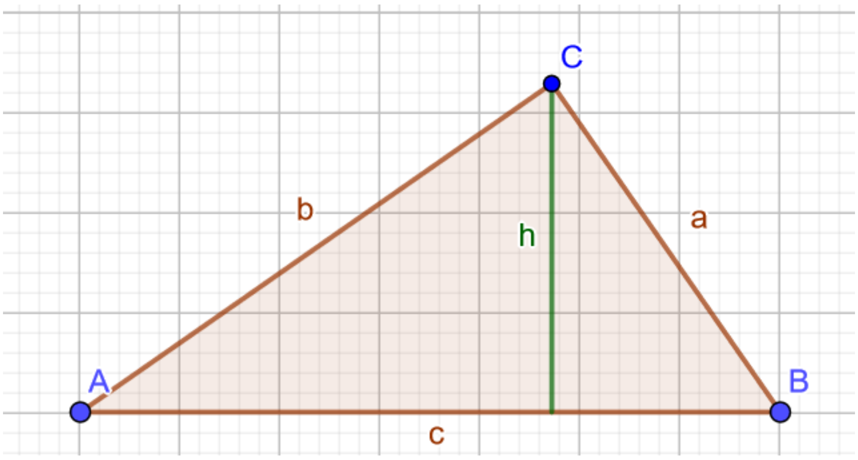
$d=|\overline{PR}|$; $d=\sqrt{p^2+q^2}=\sqrt{8^2+2^2}=\sqrt{68}$;

$r=\sqrt{d^2-s^2}=\sqrt{68-5^2}=\sqrt{43}$;



8. Trigonometrie

a) $\cos\beta=a/c=4/7$; $\beta=55{,}15°$; $\sin\beta=h/a$; $h=a\sin\beta=4\cdot\sin(55{,}15°)=3{,}28$;



b) $\cos\alpha=-0{,}6$; $\alpha_1=126{,}9°$; $\alpha_2=180°+(180°-\alpha_1)=233{,}1°$;

c) $\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}}}=\cos\alpha$;