Grundwissen aus der Klasse 10 im Fach Mathematik

Aufgabe 1

An einer Wand im Hof der Casa Batllo in Barcelona findet man das abgebildete Keramikkunstwerk. Der obere Teil seines Umrisses kann mit Hilfe einer Funktion f mit dem Funktionsterm $f(x) = -0{,}11x^4 - 0{,}81x^2 + k$ (in Metern) beschrieben werden.

a) Gib den passenden Wert für k an.

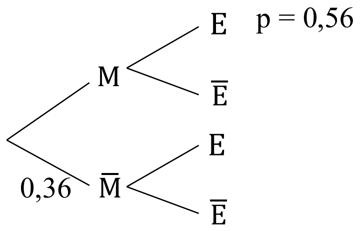
b) Weise rechnerisch nach, dass der Graph G_f achsensymmetrisch bezüglich der y-Achse ist.

c) Bestimme rechnerisch die Nullstellen der Funktion f und interpretiere ihre Bedeutung in dem Kunstwerk.

d) Eine rechteckige Schutzscheibe aus Glas mit der Breite von 3,2 Meter soll symmetrisch an dem Kunstwerk innerhalb der Fläche angebracht werden. Ermittle rechnerisch deren maximale Höhe. Runde auf drei Nachkommastellen.

Aufgabe 2

Bei einer Umfrage unter Jugendlichen werden die Ereignisse:
M: „Die Person spielt ein Musikinstrument.“ und
E: „Die Person hat musizierende Eltern.“ betrachtet.
Die Ergebnisse der Umfrage werden in einem Baumdiagramm und in einer Vierfeldertafel dargestellt.
a) Vervollständige die Abbildungen.



	M	$\overline{M}$	
E			
$\overline{E}$		0,12	

b) Es wird jeweils eine Person zufällig ausgewählt. Schreibe die Ereignisse mithilfe von M und E. Bestimme den Wert der zugehörigen Wahrscheinlichkeit für diese Ereignisse. Achte auf die korrekte Schreibweise.

A: „Die Person spielt ein Instrument und hat keine musizierende Eltern.“
B: „Die Person spielt kein Instrument.“
C: „Die Person spielt kein Instrument oder hat musizierende Eltern.“
D: „ Entweder spielt die Person ein Instrument oder hat musizierende Eltern.“

Aufgabe 3

Die Gleichung $\mathrm{m(t)} = 200\mathrm{mg} \cdot 2{,}5^{-0{,}4t}$ (t≥0; Anzahl der Stunden) beschreibt den Abbau einer Medikamentendosis von 200 mg im Körper.
Runde auf zwei Nachkommastellen.

a) Ermittle rechnerisch, nach wie vielen Stunden das Medikament auf die Hälfte der ursprünglichen Menge abgebaut ist.

b) Bestimme rechnerisch die Medikamentenmenge im Körper nach 50 Minuten
c) Berechne, nach wie vielen Stunden die Restmenge im Körper nur noch circa 30 mg beträgt.

d) Da das Medikament unterhalb einer bestimmten Wirkstoffkonzentration im Körper nicht wirksam ist, muss der Patient 6 Stunden nach der ersten Dosis eine zweite ebenso starke Dosis einnehmen. Begründe, dass der Term $m_{ges}(t) = 200mg \cdot (2{,}5^{-0{,}4t} + 2{,}5^{-0{,}4t+2{,}4})$ (t >6) in diesem Fall die Gesamtmenge des Wirkstoffs im Körper beschreibt.

Aufgabe 4

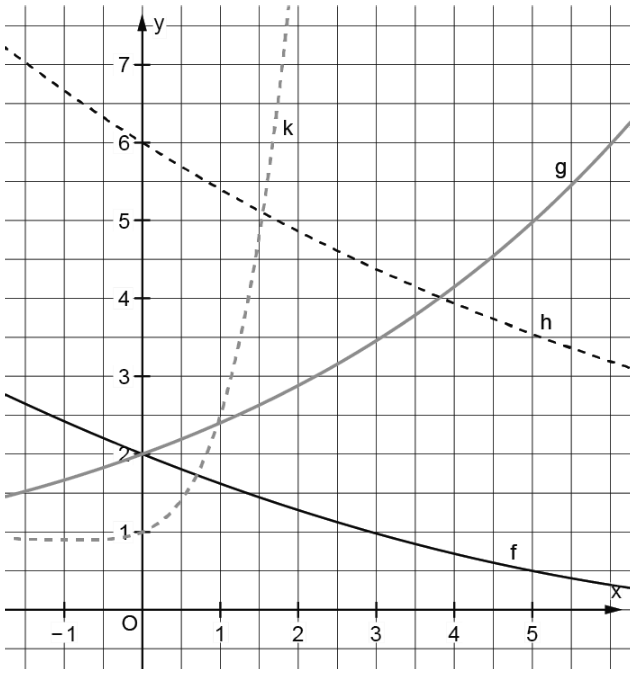
Prüfe, welche der Graphen zu einer Exponentialfunktion gehören können und bestimme von diesen eine Funktionsvorschrift.

f (x) = ________________

g (x) =________________

h (x) = ________________

k (x) =________________



Aufgabe 5
Löse die Exponentialgleichungen ohne Taschenrechner.

a) $2^x = \sqrt{\frac{1}{8}}$

b) $11^x = \frac{1}{\sqrt[3]{11}}$

c) $2 \cdot (\sqrt{3})^x - 1 = 17$

Aufgabe 6
Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung ohne Taschenrechner

a) $x^3 - 5 = -13$

b) $-3^{2x} - 2 = -11$

c) $0{,}5^{-3x} + 2 = 2$

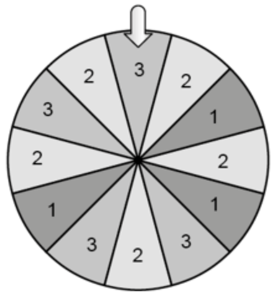
Aufgabe 7
Bestimme das globale Verhalten, die Nullstellen mit deren Vielfachheiten und das Symmetrieverhalten der Funktion f. Fertige eine Skizze von G_f.

a) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

b) $f(x) = 3x^4 - 9x^3$

Aufgabe 8

Mit nebenstehendem Glücksrad werden Zufallsexperimente durchgeführt.



a) Zunächst wird das Glücksrad zweimal gedreht.
Zeichne ein Baumdiagramm, an dessen Ästen die Wahrscheinlichkeiten für die nächstmöglichen Teilergebnisse stehen.
Bestimme mit Hilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der beiden Zahlen mindestens 4 beträgt. Markiere die entsprechenden Pfade im Baumdiagramm.

b) Nun wird das Glücksrad dreimal gedreht. Betrachtet wird das Ereignis
A: „Es erscheint mindestens zweimal die 1."
Gib an, welche Ergebnisse zum Ereignis A gehören und berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A.

Aufgabe 9

a) Zeichne den Graphen der Funktion $f: x \to 2{,}5\sin\left(\frac{2}{5}\pi\left(x-2\right)\right)+1$.

b) Gib zwei mögliche Terme für eine allgemeine Sinusfunktion mit der Wertemenge [3;8] und der Periodenlänge 10 an.

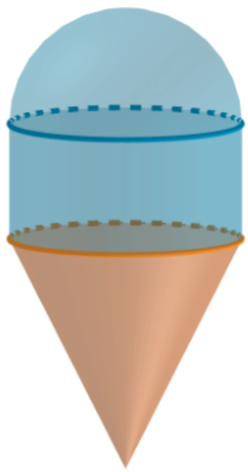
Aufgabe 10

Frage 1: Hat jede Pyramide ebenso viele Ecken wie Flächen?

Frage 2: Wie verändert sich das Volumen einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche, wenn man die Länge jeder ihrer Grundkanten halbiert und ihre Höhe verdoppelt?

Aufgabe 11

Eine Boje hat folgende idealisierte Form: Ein Zylinder mit Grundkreisradius r und Höhe r trägt an einem Ende eine Halbkugel und am anderen Ende einen Kegel, jeweils mit dem gleichen Grundkreisradius r. Der Kegel ist doppelt so hoch wie der Zylinder. Die nebenstehende Skizze der Boje ist nicht maßstabsgetreu.



a) Bestimmen Sie einen Term für das Volumen der Boje in Abhängigkeit von r und fassen Sie den Term so weit wie möglich zusammen.

b) Die Boje ist – bis auf den unteren kegelförmigen Teil – mit einer fluoreszierenden Farbe bestrichen. Diese bestrichene Fläche hat einen Inhalt von 90 dm^2. Berechnen Sie r sowie, auf Zentimeter gerundet, die Gesamthöhe der Boje.